Übungsaufgaben Symmetrie zum Koordinatensystem Ganzrationale Funktionen

Nr	Aufgabe	Lösung
1	Untersuchen Sie auf Symmetrie zum Koordinatensystem: $f(x) = x^5 + 3x^3 - 12x$	$f(-x)$ $= (-x)^5 + 3\cdot(-x)^3 - 12\cdot(-x)$ $= -x^5 - 3x^3 + 12x = -f(x)$ Punktsymmetrie zum Ursprung *(alternativ: Ganzrationale Funktion, bei der in der Normalform nur ungerade Exponenten auftreten, also Punktsymmetrie zum Ursprung.)*
2	Untersuchen Sie auf Symmetrie zum Koordinatensystem: $f(x) = -x^3 + 15x^2 + x$	$f(-x) = x^3 + 15x^2 - x$ $\neq f(x)$, aber auch $\neq -f(x)$ Keine Symmetrie zum Koordinatensystem *(alternativ: Ganzrationale Funktion, bei der in der Normalform gerade und ungerade Exponenten auftreten, also Keine Symmetrie zum Koordinatensystem.)*
3	Untersuchen Sie auf Symmetrie zum Koordinatensystem: $f(x) = \frac{1}{2}x^8 + 3x^4 - 72$	$f(-x) = \frac{1}{2}x^8 + 3x^4 - 72$ $= f(x)$ Achsensymmetrie zum y-Achse *(alternativ: Ganzrationale Funktion, bei der in der Normalform nur gerade Exponenten auftreten, also Achsensymmetrie zum y-Achse.)*
4	Untersuchen Sie auf Symmetrie zum Koordinatensystem: $f(x) = (x^3 - 3x)\cdot(x^2 - 4)$	$f(-x) = (-x^3 + 3x)\cdot(-x^2 + 4)$ $= -(x^3 - 3x)\cdot(-1)\cdot(x^2 - 4)$ $= (x^3 - 3x)\cdot(x^2 - 4)$ $= -f(x)$ Punktsymmetrie zum Ursprung *(um mit den geraden oder ungeraden Exponenten argumentieren zu können, müsste man erst die Klammern auflösen.)*
5	Untersuchen Sie auf Symmetrie zum Koordinatensystem: $f(x) = \frac{1}{10}(x - 2{,}3)\cdot(x + 2{,}3)$	$f(-x) = f(x)$ Achsensymmetrie zum y-Achse
6	Untersuchen Sie auf Symmetrie zum Koordinatensystem: $f(x) = 0{,}25x^5 - 10x^3 - 2$	Keine Symmetrie zum Koordinatensystem, da sowohl ungerade Exponenten (nämlich 5 und 3) auftreten als auch ein gerader Exponent. Das konstante Glied -2 lässt sich nämlich als $2x^0$ schreiben.